

5 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

- 5.1 α) Πρέπει να είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο, τότε $\Phi = BA$.
β) Να είναι παράλληλος στο μαγνητικό πεδίο ($\Phi = 0$).
- 5.2 Όταν πλησιάζουμε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη σε ένα πηνίο, έτσι ώστε οι άξονές τους να συμπίπτουν, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί στο πηνίο ηλεκτρεγερτική δύναμη. Το φαινόμενο ονομάζεται ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.
- 5.3 1ος) Με στροφή του πλαισίου περί άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.
2ος) Με μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον ηλεκτρομαγνήτη.
- 5.4 γ
- 5.5 Το εμβαδόν εκφράζει τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλώματος.
- 5.6 δ
- 5.7 Στην 3 και την 6.
- 5.8 β

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

- 5.9 Οφείλεται στη δύναμη Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού.

5.10 Η τάση από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι:

$$V = BLv \text{ ή } V = BLgt$$

Επομένως το διάγραμμα β παριστάνει την τάση στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο.

5.11 Ο αγωγός AB βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο ακίνητος ευθύγραμμος αγωγός.

Έστω ότι τη στιγμή μηδέν η απόσταση του αγωγού AB από τον ακίνητο αγωγό είναι d. Τη στιγμή t η απόστασή του θα είναι $d + x = d + vt$.

Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός AB έχει

$$\text{μέτρο } B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2I}{d+x} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2I}{d+vt} \text{ και είναι κάθετο σε αυτόν.}$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό AB είναι:

$$E_{\text{ΕΠ}} = B(AB)v = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2I(AB)v}{d+vt}$$

Το διάγραμμα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης στον αγωγό AB σε συνάρτηση με το χρόνο είναι το δ.

5.12 α, γ, δ

5.13 Τη στιγμή μηδέν, όταν αρχίζει να κινείται ο αγωγός ΚΛ, δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη

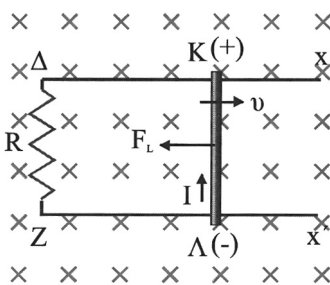
$$E_{\text{ΕΠ}} = BLv. \text{ Το κύκλωμα διαρρέεται}$$

$$\text{από ρεύμα } I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{BLv}{R} \text{ και το}$$

$$\text{μαγνητικό πεδίο του ασκεί δύναμη } F_L = BIL.$$

Ο αγωγός κινείται με επιβράδυνση

$$a = \frac{F_L}{m} = \frac{BIL}{m} = \frac{B^2 L^2 v}{mR}$$



Σχ. 5.1

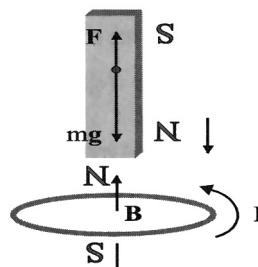
Η επιβράδυνση του αγωγού εξαρτάται κάθε στιγμή από την ταχύτητά του, επομένως δεν έχει σταθερό μέτρο.

Σωστή απάντηση είναι η δ.

Ο κανόνας του Lenz

- 5.14 Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της φυσικής, της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα που δημιουργείται εξ αιτίας του φαινομένου της επαγωγής έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε.
- 5.15 Όταν πλησιάζουμε το βόρειο πόλο του μαγνήτη, στο δακτύλιο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί απέναντι από το μαγνήτη που πλησιάζει, βόρειο μαγνητικό πόλο. Δακτύλιος και μαγνήτης απωθούνται, με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του. Αν ο δακτύλιος φέρει κάποια εγκοπή, παρόλο που δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, ο δακτύλιος δε διαρρέεται από ρεύμα και επομένως παραμένει στην αρχική του. Σημείωση: Όσα είπαμε ισχύουν με την προϋπόθεση ότι ο δακτύλιος αποτελείται από υλικό που δεν το έλκει ο μαγνήτης, π.χ. αλουμίνιο.

- 5.16 Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το δακτύλιο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν. Αυτό συνεπάγεται επαγωγικό ρεύμα, που σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, έχει τέτοια φορά ώστε να τείνει να αναιρεί την αιτία που το προκάλεσε, να εμποδίζει δηλαδή το μαγνήτη να πλησιάζει.



Σχ. 5.2α

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνήτη, που πλησιάζει, είναι το βάρος του και η απωστική δύναμη που δέχεται από το δακτύλιο (σχ.

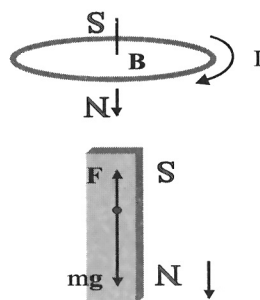
5.2α). Η επιτάχυνσή του είναι: $a = \frac{mg - F}{m} < g$

Όταν ο μαγνήτης βρίσκεται μακριά από το δακτύλιο $F \rightarrow 0$ άρα $a \rightarrow g$, όσο πλησιάζει αυξάνεται η δύναμη F και επομένως ελαττώνεται η επιτάχυνσή του.

Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το δακτύλιο, το ρεύμα από επαγωγή που δημιουργείται σε αυτόν, έχει τέτοια φορά ώστε απέναντι από το νότιο πόλο του μαγνήτη να δημιουργεί βόρειο μαγνητικό πόλο (σχ. 5.2β). Η επιτάχυνση του μαγνήτη

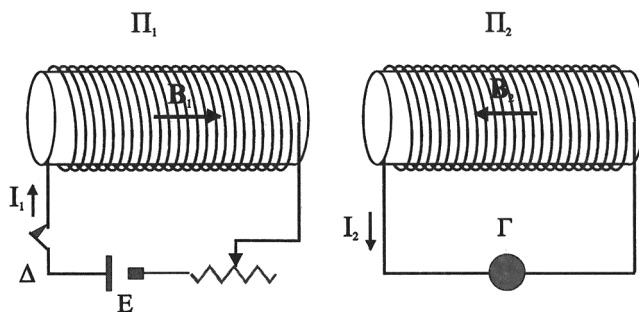
$$\text{είναι: } a = \frac{mg - F}{m} < g$$

Όσο ο μαγνήτης απομακρύνεται, μειώνεται η αλληλεπίδρασή του με το δακτύλιο. Σε μεγάλη απόσταση $F \rightarrow 0$ οπότε $a \rightarrow g$.



Σχ. 5.2β

- 5.17 Με το κλείσιμο του διακόπτη στο πηνίο Π_1 δημιουργείται μαγνητικό πεδίο B_1 η φορά του οποίου φαίνεται στο σχήμα 5.3. Στο πηνίο Π_2 λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο Π_2 έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο B_2 αντίρροπο από το μαγνητικό πεδίο του Π_1 . Η φορά του ρεύματος στο πηνίο Π_2 φαίνεται στο σχήμα 5.3



Σχ. 5.3

- 5.18 Εφόσον το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται το ρεύμα από επαγωγή στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί να είναι αντίρροπο με το πεδίο που το προκάλεσε. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο δακτύλιος έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, άρα το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται έχει την αντίθετη φορά.

Εναλλασσόμενη τάση - εναλλασσόμενο ρεύμα

- 5.19 Στο φαινόμενο της επαγωγής.
- 5.20 β
- 5.21 α, β, δ .
- 5.22 Στη διάρκεια μιας περιόδου το ρεύμα παίρνει δύο φορές τη μέγιστη τιμή του. Στη διάρκεια ενός δευτερολέπτου εκατό φορές. Το μάτι δεν μπορεί να παρακολουθήσει τόσο γρήγορες μεταβολές. Εξάλλου η θερμοκρασία του σύρματος της λάμπας, που καθορίζει και την ένταση της ακτινοβολίας, διατηρείται πρακτικά σταθερή.
- 5.23 γ
- 5.24 α
- 5.25 Μια ηλεκτρογεννήτρια μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική ενέργεια, ενώ ο ηλεκτρικός κινητήρας μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια.
- 5.26 Η μετατροπή της εναλλασσόμενης τάσης σε συνεχή γίνεται με το συνδυασμό δύο διατάξεων, του ανορθωτή και του εξομαλυντή. Ο εξομαλυντής αποτελείται από αντιστάτη και πυκνωτή συνδεδεμένα παράλληλα.

Αμοιβαία επαγωγή - αυτεπαγωγή

- 5.27 α
- 5.28 γ, δ .
- 5.29 δ
- 5.30 $L = \mu\mu_o \frac{N^2}{l} A, N = \frac{d}{2\pi R}, A = \pi R^2$

$$\text{επομένως } L = \mu\mu_o \frac{d^2}{4\pi^2 R^2 l} \pi R^2 = \mu\mu_o \frac{d^2}{4\pi l}$$

Εάν το μήκος του πηνίου παραμένει ίδιο, όπως και να το κατασκευάσουμε, ο συντελεστής αυτεπαγωγής θα είναι ο ίδιος.

Σωστή απάντηση είναι η γ.

5.31 γ, στ

5.32 α) $U = \frac{1}{2} Li^2$ επομένως η ενέργεια είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1 , στην οποία το ρεύμα έχει μεγαλύτερη ένταση.
β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος δίνεται κάθε στιγμή από την κλίση της γραμμής στο διάγραμμα i - t . Η κλίση είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1 επομένως τότε είναι μεγαλύτερη και η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή.

5.33 1-β, 2-δ, 3-α, 4-γ, 5-γ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

$$\begin{aligned} 5.34 \quad \alpha) \quad E_{\text{ΕΠ}} &= \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|0 - BA|}{\Delta t} = 2V \\ \beta) \quad E_{\text{ΕΠ}} &= \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|2BA - BA|}{\Delta t} = 2V \\ \gamma) \quad E_{\text{ΕΠ}} &= \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180^\circ - BA|}{\Delta t} = 4V \\ \delta) \quad E_{\text{ΕΠ}} &= \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|BA\sigma\upsilon\nu 90^\circ - BA|}{\Delta t} = 2V \end{aligned}$$

$$5.35 \quad E_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{A \Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,2 \times 10^{-2} \text{ V}$$

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = 10^{-3} \text{ A} \quad P = I^2 R = 2 \times 10^{-6} \text{ W}$$

5.36 Στο χρονικό διάστημα $0 - 2 \times 10^{-1} \text{ s}$ είναι

$$E_1 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 2 \text{ V} \quad I_1 = \frac{E_1}{R} = 0,2 \text{ A}$$

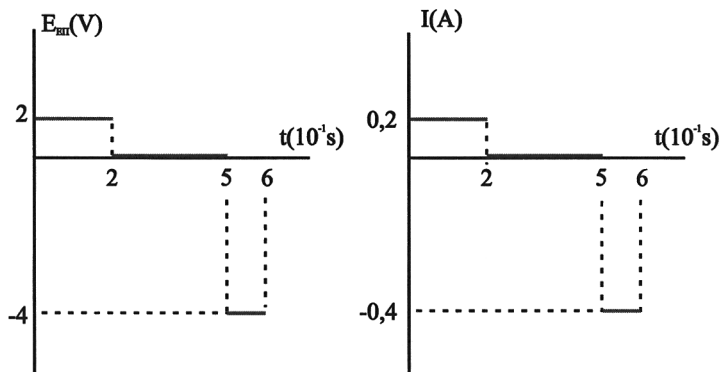
Στο διάστημα $2 \times 10^{-1} \text{ s} - 5 \times 10^{-1} \text{ s}$ είναι

$$E_2 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 0 \text{ και } I_2 = \frac{E_2}{R} = 0$$

Τέλος στο διάστημα $5 \times 10^{-1} \text{ s} - 6 \times 10^{-1} \text{ s}$ θα είναι

$$E_3 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 4 \text{ V} \text{ και } I_3 = \frac{E_3}{R} = 0,4 \text{ A}$$

Επειδή σ' αυτό το χρονικό διάστημα η μαγνητική ροή μειώνεται, η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται έχει αντίθετη πολικότητα από την αρχική. Επομένως και το ηλεκτρικό ρεύμα σ' αυτό το χρονικό διάστημα έχει αντίθετη φορά από την αρχική.



Σχ. 5.4

$$5.37 \quad E_{\text{ΕΠ}} = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R + R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad I = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t (R + R_{\Gamma})} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t (R + R_{\Gamma})}$$

$$\text{ή} \quad \Delta Q = N \frac{|\Delta\Phi|}{R + R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \Delta Q = N \frac{|0 - BA|}{R + R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \Delta Q = N \frac{B\pi r^2}{R + R_{\Gamma}}$$

$$\text{άρα} \quad B = \frac{\Delta Q (R + R_{\Gamma})}{N\pi r^2} = 10,22 \times 10^{-2} \text{ T}$$

5.38 Όταν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα I , στο εσωτερικό του δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = \mu_o I n$ (1). Όταν μηδενιστεί το ρεύμα μηδενίζεται και το μαγνητικό πεδίο.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο κυκλικό πλαίσιο είναι:

$$E_{\text{ΕΠ}} = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|0 - BA|}{\Delta t} = N \frac{B\pi d^2}{4\Delta t}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (1) βρίσκουμε

$$E_{\text{ΕΠ}} = N \frac{\mu_o I n \pi d^2}{4\Delta t} = 0,16 \text{ V}$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

5.39 Στον αγωγό ΑΓ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη

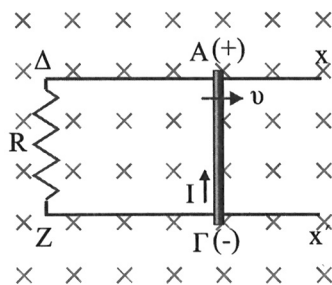
$E_{\text{ΕΠ}} = Blv = 20 \text{ V}$, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.5

α) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R + R_{\Gamma}} = 2 \text{ A}$$

β) $V_{\text{ΑΓ}} = E_{\text{ΕΠ}} - IR_{\Gamma} = 10 \text{ V}$

γ) $Q = I^2 R t = 6 \times 10^3 \text{ J}$



Σχ. 5.5

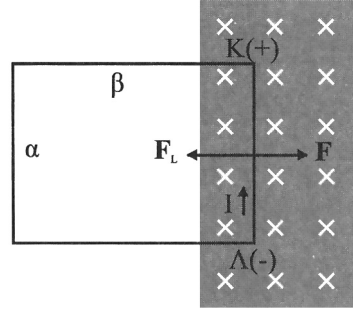
- 5.40 Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Bav$, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.6

Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R}$$

Στο πλαίσιο ασκείται από το πεδίο δύναμη $F_L = BI\alpha$ (σχ. 5.6). Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη F , αντίθετη με την F_L .

$$F = F_L = BI\alpha = \frac{B^2 a^2 v}{R} = 0,24 \text{ N}$$



Σχ. 5.6

- 5.41 Στον αγωγό ΘΚ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή.

$$E_{\text{ΕΠ}} = B(\Theta K)v \quad (\text{σχ. 5.7})$$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

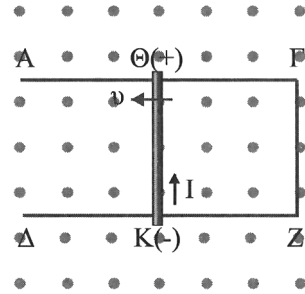
$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ΟΛ}}}$$

$$V_{\text{ΓΖ}} = IR_{\text{ΓΖ}} = \frac{B(\Theta K)v}{R_{\text{ΟΛ}}} R_{\text{ΓΖ}}$$

Όταν ο αγωγός ΚΘ βρίσκεται στη θέση για την οποία $\Theta\Gamma = \Gamma Z$ η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{\text{ΟΛ}} = 3R_{\text{ΓΖ}}$$

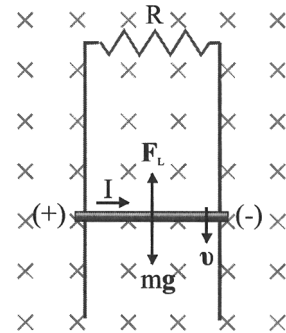
$$\text{Άρα } V_{\text{ΓΖ}} = IR_{\text{ΓΖ}} = \frac{B(\Theta K)v}{3} = 1,6 \text{ V}$$



Σχ. 5.7

- 5.42 α) Τη στιγμή μηδέν ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος και αρχίζει να κινείται με την επίδραση του βάρους του.

Έστω ότι, τη στιγμή t ο αγωγός θα έχει ταχύτητα v . Στον αγωγό, εκείνη τη στιγμή η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$ (η πολικότητά της



Σχ. 5.8

φαίνεται στο σχήμα 5.8). Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Στον αγωγό εκτός από το βάρος του ασκείται και δύναμη

$$F_L = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}. \text{ Έτσι, η επιτάχυνση του αγωγού είναι } a = \frac{mg - F_L}{m}$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg - F_L = 0$ ή

$$mg = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή

$$\text{της } v_{op} = \frac{mgR}{B^2 l^2} = 2,5 \text{ m/s}$$

β) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η αρχική δυναμική ενέργεια του αγωγού θα μετατραπεί σε κινητική ενέργεια και σε θερμότητα στο κύκλωμα:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{op}^2 + Q \text{ άρα } Q = 3,875 \text{ J}$$

- 5.43 α) Τη στιγμή μηδέν, που ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος, αρχίζει να κινείται με την επίδραση της $mg \eta \mu \varphi$, συνιστώσας του βάρους του.

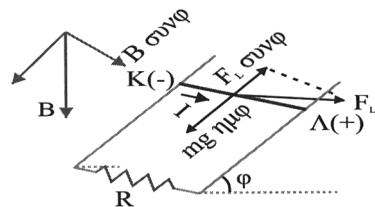
Έστω ότι τη στιγμή t , ο αγωγός θα έχει ταχύτητα v .

Αναλύουμε το $\mathbf{B}$ σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη και μια παράλληλη στην κίνηση του αγωγού.

Στον αγωγό δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = B \sigma \nu \varphi lv$ (η πολικότητά της φαίνεται στο σχήμα). Το ρεύμα που τον διαρρέει είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{B \sigma \nu \varphi lv}{R} \quad (1)$$

Επειδή ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη



Σχ. 5.9

$F_L = BIl$ (σχ. 5.9). Ο αγωγός κινείται με επιτάχυνση:

$$a = \frac{mg\eta\mu\varphi - F_L \sigma \nu \varphi}{m}, \text{ δηλαδή}$$

θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg\eta\mu\varphi - F_L \sigma \nu \varphi = 0$ ή $mg\eta\mu\varphi - BIl \sigma \nu \varphi = 0$

Η σχέση αυτή γίνεται αν λάβουμε υπόψη την (1)

$$mg\eta\mu\varphi = \frac{B^2 l^2 \nu \sigma \nu \varphi}{R}$$

Η ταχύτητά του τότε θα έχει τη μέγιστη τιμή της

$$\nu_{op} = \frac{mgR\eta\mu\varphi}{B^2 l^2 \sigma \nu \varphi} = 0,667 \text{ m/s}$$

β) Η δύναμη Laplace τότε θα είναι

$$F_L = BIl = \frac{B^2 \sigma \nu \varphi l^2 \nu_{op}}{R} = 0,058 \text{ N}$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε στρεφόμενο αγωγό

5.44 Στο τμήμα ΟΓ της ράβδου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{OG} = \frac{1}{2} B \omega (OG)^2 = V_\Gamma - V_O \quad (1)$$

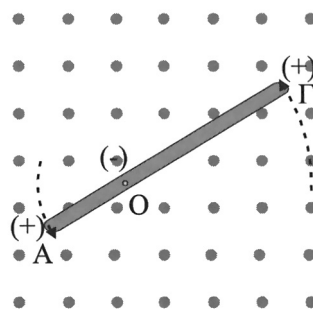
Στο τμήμα ΟΑ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{OA} = \frac{1}{2} B \omega (OA)^2 = V_A - V_O \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$V_\Gamma - V_A = E_{OA} = \frac{1}{2} B \omega [(OG)^2 - (OA)^2]$$

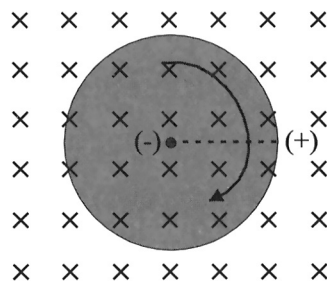
άρα $V_\Gamma - V_A = 1V$



Σχ. 5.10

$$5.45 \quad V = E_{\text{ΕΠ}} = \frac{1}{2} B \omega r^2 \quad \text{άρα}$$

$$B = \frac{2V}{\omega r^2} = 0,8T$$



Σχ. 5.11

Εναλλασσόμενη τάση - εναλλασσόμενο ρεύμα

$$5.46 \quad V_o = N \omega B A \quad V_{\text{ΕΝ}} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \approx 220V$$

$$I_o = \frac{V_o}{R + R_1} = 2\sqrt{2}A$$

$$5.47 \quad V_o = N \omega B A = N 2\pi f B A = 18,84V$$

$$5.48 \quad P_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}^2}{R} \quad P_{\text{ΕΝΑΛ}} = V_{\text{ΕΝ}} I_{\text{ΕΝ}} = \frac{V_{\text{ΕΝ}}^2}{2R}$$

$$\text{Εφόσον } P_{\Sigma} = P_{\text{ΕΝΑΛ}} \quad \frac{V_{\Sigma}^2}{R} = \frac{V_{\text{ΕΝ}}^2}{2R} \quad \text{ή } V_{\text{ΕΝ}} = V_{\Sigma} \sqrt{2}$$

$$\text{ή } \frac{V_o}{\sqrt{2}} = V_{\Sigma} \sqrt{2} \quad \text{άρα } V_o = 200V$$

$$5.49 \quad Q = I_{\text{ΕΝ}}^2 R t \quad I_{\text{ΕΝ}} = \frac{V_{\text{ΕΝ}}}{R} = \frac{V_o}{R\sqrt{2}} = 2A$$

$$\text{επομένως } Q = 1,2 \times 10^4 J$$

$$5.50 \quad \alpha) p = v i = V_o I_o \eta \mu^2 314 t_1 \quad (1)$$

$$\text{όμως } P = V_{\text{ΕΝ}} I_{\text{ΕΝ}} \quad \text{ή } P = \frac{V_o I_o}{2} \quad \text{άρα } V_o I_o = 2P$$

οπότε η (1) γίνεται:

$$p = 2P \eta \mu^2 314 t_1 = 2P \eta \mu^2 (0,5 \times 3,14) = 2P \eta \mu^2 \frac{\pi}{2} = 200W$$

$$\beta) P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \frac{V_o I_{\text{EN}}}{\sqrt{2}} \text{ \acute{a}\rho\alpha } V_o = \frac{P\sqrt{2}}{I_{\text{EN}}}$$

$$v = V_o \eta \mu 314 t_2 \text{ \acute{\eta}}$$

$$v = \frac{P\sqrt{2}}{I_{\text{EN}}} \eta \mu (0,25 \times 3,14) = \frac{P\sqrt{2}}{I_{\text{EN}}} \eta \mu \frac{\pi}{4} = 250V$$

$$5.51 \quad P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \frac{V_o I_o}{2} = \frac{V_o^2}{2R} = 160W$$

Αμοιβαία επαγωγή

$$5.52 \quad E_{\text{EII}} = M \frac{di}{dt} = 10V$$

$$5.53 \quad M = N \mu_o n A = 0,8\pi \times 10^{-4} H$$

$$E_{\text{EII}} = M \frac{di}{dt} = 0,8\pi \times 10^{-4} V$$

Αυτεπαγωγή

$$5.54 \quad E_{\text{av}\tau} = L \frac{di}{dt} = \mu_o \frac{N^2}{l} A \frac{di}{dt} = 6\pi \times 10^{-3} V$$

5.55 Έστω ότι, όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα I από κάθε σπείρα του διέρχεται μαγνητική ροή Φ . Αν το ρεύμα μηδενιστεί σε χρόνο Δt στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη η μέση τιμή της οποίας είναι:

$$E_{\text{EII}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ \acute{\eta} } E_{\text{EII}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ \acute{a}\rho\alpha } N \Delta \Phi = L \Delta I$$

$$\text{ \acute{\eta} } N(0 - \Phi) = L(0 - I) \text{ \acute{a}\rho\alpha } L = \frac{N\Phi}{I} = 0,08H$$

$$5.56 \quad I = \frac{E}{R} = 3A \quad U = \frac{1}{2}LI^2 = 0,027J$$

$$5.57 \quad \alpha) I_o = \frac{E}{R} = 2,4A$$

$$\beta) E_{av\tau} = iR = 10V$$

$$E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \text{ άρα } \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -500A/s$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα μετατραπεί σε θερμότητα στον αντιστάτη.

$$Q = \frac{1}{2}LI_o^2 = 0,058J$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

$$5.58 \quad E_{\text{ΕΠ}} = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t},$$

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} \text{ ή } I = N \frac{|\Delta\Phi|}{R \Delta t} \text{ ή } \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N \frac{|\Delta\Phi|}{R \Delta t}$$

$$\text{ή } \Delta Q = N \frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180 - BA\sigma\upsilon\nu 0|}{R} = N \frac{2BA}{R}$$

$$\text{ή } \Delta Q = N \frac{2B\pi r^2}{\rho \frac{l}{s}} \text{ ή } \Delta Q = N \frac{2B\pi r^2}{\rho \frac{N2\pi r}{s}}$$

$$\text{ή } \Delta Q = \frac{Bsr}{\rho} = 10^{-3}C$$

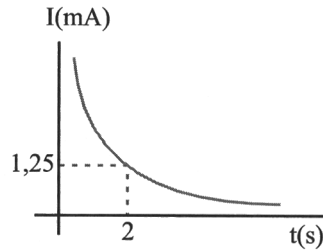
5.59 α) Έστω ότι, τη στιγμή t , ο αγωγός που κινείται απέχει από τον άλλο αγωγό χωρομονικελίνης απόσταση x . Στον αγωγό που κινείται επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη: $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$

$$\text{Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι } I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} \text{ ή } I = \frac{Blv}{2xR^*} \text{ ή } I = \frac{Blv}{2v t R^*}$$

$$\text{ή } I = \frac{Bl}{2R^*t} \text{ άρα } I = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{t} \text{ (SI)}$$

$$\beta) I = 1,25 \text{ mA}$$

γ) Η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.12



Σχ. 5.12

- 5.60 α) Τη στιγμή μηδέν στον αγωγό ΣΣ' ασκείται η δύναμη F και ο αγωγός αρχίζει να επιταχύνεται.

Έστω ότι τη στιγμή t, ο αγωγός έχει ταχύτητα v.

Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{EH}} = Blv$ (1)

(η φορά της φαίνεται στο σχήμα 5.13)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{EH}}}{R + R_1} \text{ ή } I = \frac{BLv}{R + R_1} \quad (2)$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό δύναμη

$$F_L = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R + R_1}$$

Η επιτάχυνσή του είναι $a = \frac{F - F_L}{m}$

Ο αγωγός θα αποκτήσει τη μέγιστη

ταχύτητά του όταν $\sum F = 0$ δηλαδή

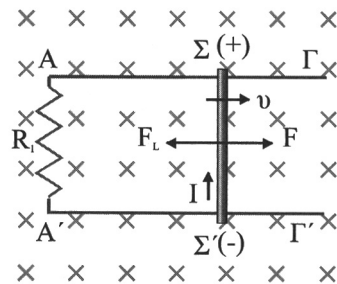
$$\text{όταν } F = F_L \text{ ή } F = \frac{B^2 L^2 v_{op}}{R + R_1}$$

$$\text{επομένως } v_{op} = \frac{F(R + R_1)}{B^2 L^2} = 15 \text{ m/s}$$

Τότε από (1) $E_{\text{EH}} = 3\text{V}$ και από (2) $I = 5\text{A}$

Επομένως $V_{\Sigma\Sigma'} = E_{\text{EH}} - IR = 0,5\text{V}$

$$\beta_1) \text{ Όταν } v = 7,5 \text{ m/s} \quad F_L = \frac{B^2 L^2 v}{R + R_1} = 0,5 \text{ N}$$



Σχ. 5.13

$$\frac{dv}{dt} = a = -\frac{F_L}{m} = -5 \text{ m/s}^2$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$$-\frac{dK}{dt} = P_{\Theta} = I^2 (R + R_1)$$

$$\text{ή } \frac{dK}{dt} = -\left(\frac{BLv}{R + R_1}\right)^2 (R + R_1) = -3,75 \text{ W}$$

β₂) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας η κινητική ενέργεια που είχε ο αγωγός τη στιγμή που έπαψε να ασκείται η δύναμη F, έγινε θερμότητα.

$$Q = K = \frac{1}{2}mv_{op}^2 = 11,25 \text{ J}$$

5.61 α) Η επιτάχυνση του αγωγού τη στιγμή μηδέν (όταν του ασκείται η

$$\text{δύναμη } F) \text{ είναι } a = \frac{F - mg\eta\mu\varphi}{m}$$

Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$ (1)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R + R_1} = \frac{Blv}{R + R_1} \quad (2)$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον

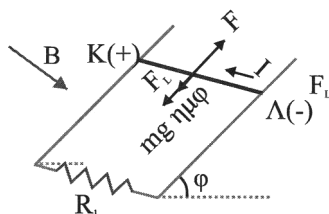
$$\text{αγωγό δύναμη } F_L = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R + R_1}.$$

$$\text{Η επιτάχυνσή του είναι } a = \frac{F - mg\eta\mu\varphi - F_L}{m}$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F - mg\eta\mu\varphi - F_L = 0$ ή

$$F - mg\eta\mu\varphi - \frac{B^2 l^2 v}{R + R_1} = 0$$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της



Σχ. 5.14

$$v_{op} = \frac{(F - mg\eta\mu\phi)(R + R_l)}{B^2 l^2} = 8 \text{ m/s}$$

β) Φαίνεται από τη σχέση (1) ότι όταν ο αγωγός αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα $E_{\text{ΕΠ}} = 4V$ και από τη (2) $I = 20 \text{ A}$

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΕΠ}} - IR_2 = 2V$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον αγωγό ΚΛ μέσω του έργου της δύναμης F θα είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας που απέκτησε ο αγωγός και της θερμότητας που παράχθηκε στο κύκλωμα.

$$W_F = \frac{1}{2}mv_{op}^2 + mgh + Q \quad \text{άρα} \quad Q = Fd - \frac{1}{2}mv_{op}^2 - mgd\eta\mu\phi = 68 \text{ J}$$

5.62 α) Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα v . Στον αγωγό ΚΛ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$ (1) και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{Blv}{R} \quad (2)$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BI l = \frac{B^2 l^2 v}{R}$

$$F - F_L = ma \quad \text{ή} \quad F = ma + \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad \text{ή}$$

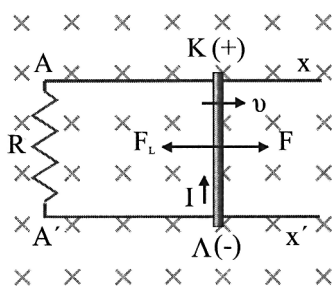
$$F = ma + \frac{B^2 l^2 at}{R}$$

$$\text{ή} \quad F = 1 + 0,1t \quad (3)$$

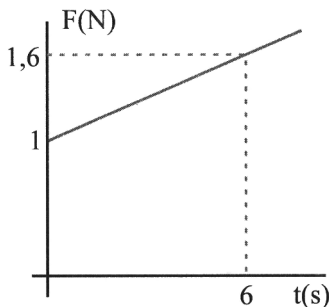
Στο σχήμα 5.16 παριστάνεται η F σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Τη στιγμή $t = 6 \text{ s}$ ο αγωγός έχει ταχύτητα $v = at = 12 \text{ m/s}$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που προσφέρεται στο κύκλωμα μέσω του έργου της δύναμης F μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια στον αγωγό και σε θερμότητα λόγω φαινομένου Joule.



Σχ. 5.15



Σχ. 5.16

$$W_F = \frac{1}{2}mv^2 + Q \text{ άρα } Q = 14,4J$$

γ) Από (2) $I = 1,2A$ και από (3) $F = 1,6N$. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού και του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$$P_F = \frac{dK}{dt} + P_{\Theta} \text{ άρα } \frac{dK}{dt} = Fv - I^2 R = 12W$$

- 5.63 Τη στιγμή $t = 0$ που αφήνεται ελεύθερος ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R}$ και επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης Laplace $F_L = BIl$ που του ασκεί το μαγνητικό πεδίο.

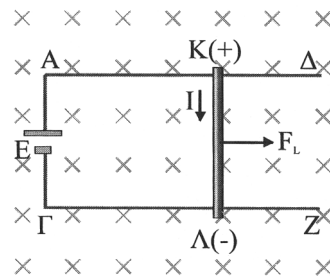
Τη στιγμή t , ο αγωγός έχει αποκτήσει ταχύτητα v . Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό ΚΛ είναι $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$ και το ρεύμα στο κύκλωμα

$$I = \frac{E - E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{E - Blv}{R}$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι να μηδενιστεί η F_L . Αυτό θα συμβεί όταν μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος, δηλαδή όταν $E - Blv = 0$. Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$v_{op} = \frac{E}{Bl} = 12m/s$$

- 5.64 Τη στιγμή μηδέν που κλείνει ο διακόπτης ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R} = 1,2A$. Τη στιγμή εκείνη στον αγωγό ασκούνται: το βάρος του $mg = 1N$ και η $F_L = BIl = 1,2N$ (σχ. 5.18). Έτσι, ο αγωγός κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{F_L - mg}{m}$



Σχ. 5.17

Τη στιγμή t , ο αγωγός ΚΛ θα έχει ταχύτητα v και θα έχει εμφανιστεί σ' αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$.

Το κύκλωμα τότε διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E - E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{E - Blv}{R}.$$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που

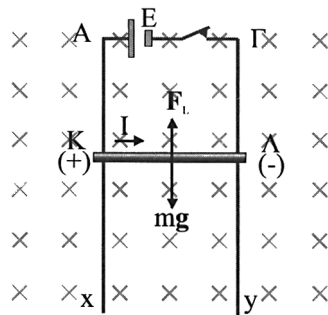
$$F_L - mg = 0 \quad \text{ή} \quad BIl = mg \quad \text{ή}$$

$$B \frac{E - Blv}{R} l = mg.$$

$$\text{ή} \quad BEl - B^2 l^2 v = mgR.$$

Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$v_{\text{op}} = \frac{BEl - mgR}{B^2 l^2} = 4 \text{ m/s}$$



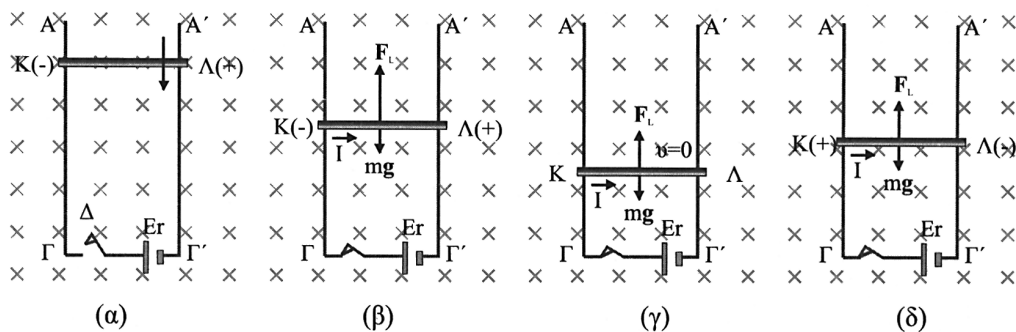
Σχ. 5.18

- 5.65 α) Η ταχύτητα του αγωγού τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης βρίσκεται με την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{άρα} \quad v = \sqrt{2gh} = 4 \text{ m/s}$$

Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, στον αγωγό έχει εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = Blv$ και το κύκλωμα διαρρέεται από

$$\text{ρεύμα} \quad I = \frac{E + E_{\text{ΕΠ}}}{R + r} = \frac{E + Blv}{R + r} = 4 \text{ A}$$



Σχ. 5.19

Οι δυνάμεις που ασκούνται τότε στον αγωγό, είναι $mg = 2N$ και $F_L = BIl = 4N$. Η επιτάχυνση του αγωγού είναι $a = \frac{F_L - mg}{m} = 10m/s^2$ και έχει κατεύθυνση προς τα πάνω (σχ. 5.19β).

β) Η κίνηση του αγωγού είναι επιβραδυνόμενη. Καθώς ο αγωγός κινείται προς τα κάτω το ρεύμα μειώνεται, το ίδιο συμβαίνει και με τη δύναμη Laplace. Η μικρότερη τιμή της F_L αντιστοιχεί στη μικρότερη τιμή του ρεύματος $I = \frac{E}{R+r} = 3A$ που επιτυγχάνεται όταν η ταχύτητα του αγωγού μηδενιστεί. Επειδή η μικρότερη τιμή της F_L είναι $F_L = 3N > mg$, ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Στη θέση αυτή είναι $I = 3A$ και $V_{KL} = IR = 9V$ (σχ. 5.19γ)

γ) Μετά το μηδενισμό της ταχύτητάς του ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{F_L - mg}{m}$. Η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης αντιστρέφεται (σχ. 5.19δ) και το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I = \frac{E - E_{\text{ΕΠ}}}{R+r} = \frac{E - Blv}{R+r}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F_L - mg = 0$ ή

$$Bil = mg \quad \text{ή} \quad B \frac{E - Blv}{R+r} l = mg$$

$$\text{ή} \quad BEl - B^2 l^2 v = mg(R+r)$$

Τη στιγμή εκείνη ο αγωγός αποκτάει τη μέγιστη ταχύτητα

$$v_{op} = \frac{BEl - mg(R+r)}{B^2 l^2} = 4m/s$$

$$5.66 \quad \alpha) E_{\text{αυτ}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0,05V$$

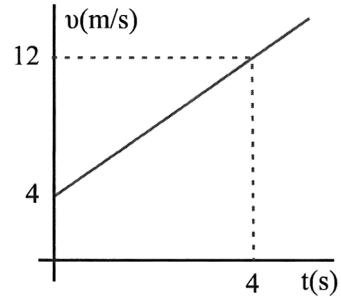
β) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}} + E_{\text{αυτ}}}{R} \quad \text{ή} \quad E_{\text{ΕΠ}} = IR + E_{\text{αυτ}} \quad \text{ή}$$

$$Blv = (2t + 3)R + E_{\text{αυτ}}$$

άρα $v = 2t + 4$ (SI)

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.20



Σχ. 5.20

γ) Όπως φαίνεται από το διάγραμμα v - t του σχήματος 5.20 η κίνηση του αγωγού είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = 2 \text{ m/s}^2$$

δ) $I = 2t + 3$ (SI) για $t = 4\text{ s}$ $I = 11\text{ A}$

$$F_L = BIl = 0,55\text{ N} \quad F - F_L = ma \quad \text{επομένως} \quad F = 0,85\text{ N}$$

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = Fv = 10,2\text{ W}$$

5.67 Η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο διαρκεί $t = \frac{l}{v} = 5\text{ s}$.

Κατά την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο:

$$\Phi = B \Delta A = Blx = Blvt$$

Τη στιγμή $t = 0$ $\Phi = 0$ και τη στιγμή $t = 5\text{ s}$ $\Phi = 2,5 \times 10^{-2} \text{ Wb}$

Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

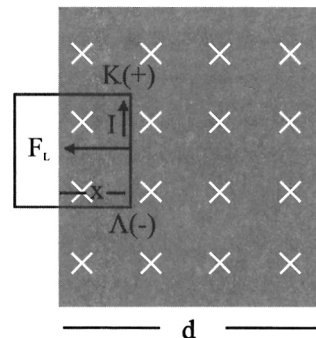
$$E_{\text{ΚΛ}} = Blv = 5 \times 10^{-3} \text{ V}$$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

$$I = \frac{E}{R_{\text{ΟΛ}}} = \frac{E}{4R^*} = 5 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΚΛ}} - IR_{\text{ΚΛ}} = E - IIR^* = 3,75 \times 10^{-3} \text{ V}$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BIl = 0,5 \times 10^{-3} \text{ N}$



Σχ. 5.21

Το πλαίσιο παραμένει ολόκληρο στο μαγνητικό πεδίο για χρόνο

$$\Delta t = \frac{d-l}{v} = 3s$$

Κατά την παραμονή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο:

$$\Phi = B \Delta A = Bl^2 = 2,5 \times 10^{-2} Wb$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη δημιουργείται στο τμήμα ΚΛ και ΑΓ του αγωγού

$$E_{\kappa\lambda} = Blv \quad E_{\alpha\gamma} = Blv$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι: $E = E_{\kappa\lambda} - E_{\alpha\gamma} = 0$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι: $I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = 0$

$$V_{\kappa\lambda} = E_{\kappa\lambda} = Blv = 5 \times 10^{-3} V$$

Εφόσον το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα το μαγνητικό πεδίο δεν του ασκεί δύναμη.

Η έξοδος διαρκεί χρόνο $\Delta t = \frac{l}{v} = 5s$.

Κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο:

$$\Phi = B \Delta A = Bl(l-x) = Bl(l-v \Delta t)$$

$$\Phi = Bl^2 - Blv \Delta t$$

$$\text{Για } \Delta t = 0 \quad \Phi = 2,5 \times 10^{-2} Wb$$

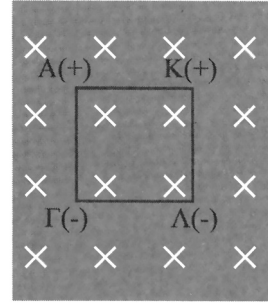
$$\text{για } \Delta t = 5s \quad \Phi = 0$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη αναπτύσσεται στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου. Το ρεύμα που διαρρέει τώρα το πλαίσιο έχει φορά αντίθετη από τη φορά που είχε κατά την είσοδο του πλαισίου στο πεδίο. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι:

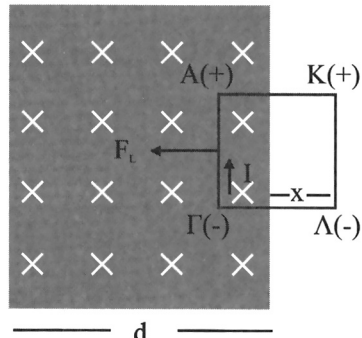
$$E = -E_{\alpha\gamma} = -Blv = -5 \times 10^{-3} V$$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

$$I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = \frac{E}{4R^*} = -5 \times 10^{-3} A$$



Σχ. 5.22

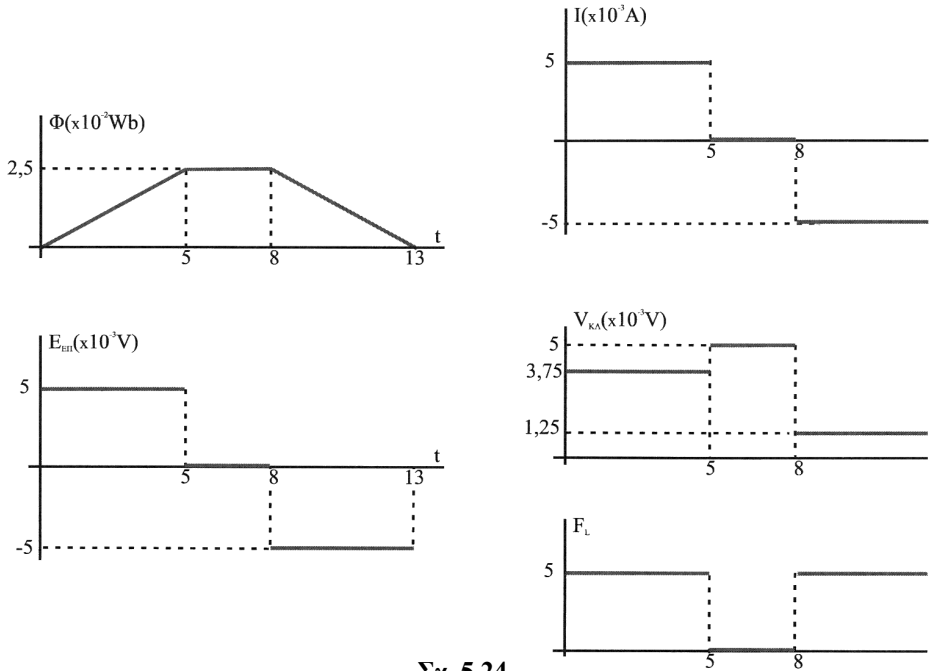


Σχ. 5.23

$$V_{\kappa\lambda} = IR_{\kappa\lambda} = IIR^* = 1,25 \times 10^{-3} V$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΑΓ δύναμη

$$F_L = BIl = 0,5 \times 10^{-3} N$$



Σχ. 5.24

5.68 α) $I = \frac{E}{R+r} = 4 A$

β) $E_{\text{av}\tau} = -L \frac{di}{dt} = -3V$

γ) $I = \frac{E + E_{\text{av}\tau}}{R+r} = 3,7 A \quad U = \frac{1}{2} Li^2 = 3,42 J$

δ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή δίνει ενέργεια στο κύκλωμα είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος και του ρυθμού με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου.